

# Avaliação do cálculo da resistência ao punçoamento centrado de lajes fungiformes reforçadas com fibras de aço – Modelos teóricos

Bernardo N.M. Neto<sup>1</sup> Joaquim A.O. Barros<sup>2</sup> Guilherme S. Melo<sup>3</sup> Hélder C.A. Eira<sup>4</sup>

## RESUMO

Desde 1979 que as fibras de aço vêm sendo estudadas como uma alternativa de reforço às estruturas de betão armado. No que diz respeito ao sistema estrutural de lajes fungiformes, os avanços conseguidos no campo da ciência dos materiais e das técnicas de construção já permitem a construção de estruturas onde as lajes são reforçadas praticamente apenas por fibras de aço. Para que este novo sistema construtivo possa competir com os métodos convencionais é necessário que os modelos teóricos que descrevem o complexo comportamento da ligação *laje-pilar* acompanhem a evolução destas técnicas construtivas. No entanto, ainda não existem regras de projeto que considerem a contribuição das fibras de aço na resistência ao punçoamento de lajes fungiformes.

Com o intuito de contribuir para o aumento do conhecimento sobre o dimensionamento ao punçoamento centrado de lajes fungiformes de betão reforçado com fibras de aço (BRFA), o presente artigo apresenta e avalia o desempenho de quatro formulações semi-empíricas. Esse desempenho foi avaliado comparando-se os resultados previstos por cada modelo,  $V_{teo}$ , com as respostas experimentais,  $V_{exp}$ , de 154 lajes que compõem a base de dados (BD) construída para este efeito. As lajes da BD, além de terem rompido todas por punçoamento, também cobrem uma ampla faixa de resistência à compressão do betão,  $f_c$ , de taxa de armadura de flexão,  $\rho$ , de altura útil das lajes,  $d$ , de percentagem volumétrica de fibras,  $V_f$ , e de esbelteza das fibras,  $L/D$ , em que  $L$  e  $D$  são o comprimento e o diâmetro da fibra. Além da avaliação da relação  $V_{exp}/V_{teo}$ , também foi avaliada a influência que os parâmetros  $f_c$ ,  $\rho$ ,  $V_f$  e  $L/D$  exercem sobre a capacidade preditiva dos modelos considerados.

**Palavras-chave:** Betão armado, Laje fungiforme, Punçoamento, Fibras de aço e Modelos analíticos.

## 1. INTRODUÇÃO

Segundo o ACI 544.1R-96 [1], os primeiros ensaios experimentais e patentes envolvendo o uso de elementos discretos de aço na melhoria das propriedades do betão datam de 1910. No entanto, o desenvolvimento tecnológico deste material ocorreu apenas nos anos 50 e 60. De acordo com Barros [2], as propriedades do betão mais beneficiadas pelos mecanismos de reforço das fibras são a capacidade de absorção de energia, a ductilidade, o controlo da abertura de fendas e a resistência às ações dinâmicas, de fadiga e de impacto.

No que diz respeito ao sistema estrutural de lajes fungiformes, os avanços conseguidos no campo da ciência dos materiais e da mecânica computacional já permitem a construção de estruturas onde as lajes são reforçadas praticamente apenas por fibras de aço [3]. No entanto, para que este novo sistema construtivo possa ter uma nova aceitação é necessário dispor de regras de projeto suportadas em

<sup>1</sup> Dep. Eng<sup>a</sup>. Civil, Escola Eng<sup>a</sup>., Universidade do Minho / Universidade de Brasília-UnB, Guimarães, Portugal. [bnmn@hotmail.com](mailto:bnmn@hotmail.com)

<sup>2</sup> ISISE, Dep. Eng<sup>a</sup>. Civil, Escola Eng<sup>a</sup>., Universidade do Minho, Campus de Azurém, Guimarães, Portugal. [barros@civil.uminho.pt](mailto:barros@civil.uminho.pt)

<sup>3</sup> Dep. Eng<sup>a</sup>. Civil, Universidade de Brasília-UnB, Campus Universitário Darcy Ribeiro, Brasília, Brasil. [melog@unb.br](mailto:melog@unb.br)

<sup>4</sup> Dep. Eng<sup>a</sup>. Civil, Escola Eng<sup>a</sup>., Universidade do Minho, Campus de Azurém, Guimarães, Portugal. [heldereira1985@hotmail.com](mailto:heldereira1985@hotmail.com)

modelos analíticos que reproduzam com fiabilidade os aspectos mais delicados e complexos deste sistema construtivo, como é o caso da ligação *laje-pilar*.

Com o intuito de contribuir para o conhecimento sobre o dimensionamento ao punçoamento centrado de lajes fungiformes de betão reforçado com fibras de aço (BRFA), o presente artigo apresenta e avalia o desempenho de quatro formulações semi-empíricas. Esse desempenho foi avaliado comparando-se os resultados previstos por cada modelo,  $V_{teo}$ , com as respostas experimentais,  $V_{exp}$ , de 154 lajes que compõem a base de dados.

## 2. APRESENTAÇÃO DOS MODELOS

O primeiro modelo discutido neste trabalho, designado aqui por M1, foi proposto por Narayanan e Darwish [4], os quais, admitindo que a resistência ao corte de lajes é similar ao de vigas, propuseram a Eq. (1) para determinar a resistência última ao punçoamento.

$$V_u = \left( 0.24 \cdot f_{sp} + 16 \cdot \rho + 0.41 \cdot \tau_u \cdot V_f \cdot d_f \cdot \frac{L}{D} \right) \cdot \xi_s \cdot u_b \cdot d \quad [\text{MPa}, \text{mm}] \quad (1)$$

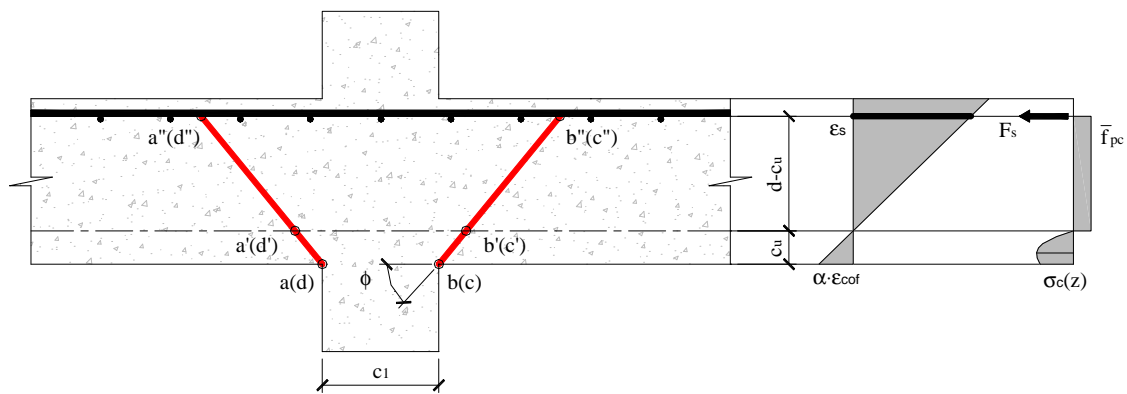
onde

$$u_b = \left( 1 - 0.55 \cdot V_f \cdot d_f \cdot \frac{L}{D} \right) \cdot (4 \cdot r + 3 \cdot \pi \cdot h) \quad [\text{mm}] \quad (2)$$

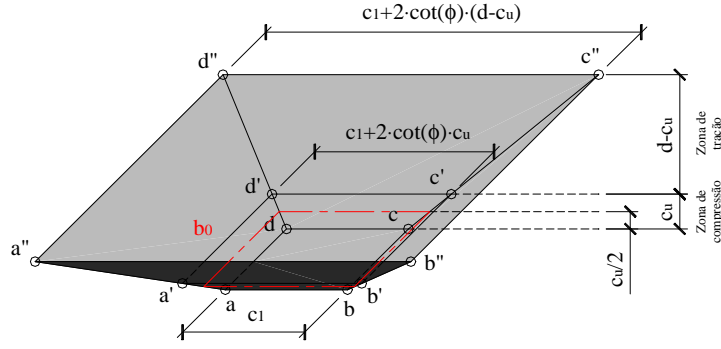
Nas equações anteriores,  $f_{sp}$  é a resistência do betão à tração por compressão diametral,  $\rho$  é a taxa de armadura de flexão da laje,  $\tau_u = 4.15$  MPa é a tensão média de aderência interfacial entre a fibra e o betão,  $V_f$  é o volume de fibras,  $d_f$  é o parâmetro que define o tipo de fibra, ver Eq. (3),  $L$  e  $D$  são, respetivamente, o comprimento e o diâmetro da fibra,  $\xi_s = (1.6 - 0.002 \cdot h)$  é um fator de forma,  $u_b$  é o perímetro crítico da laje,  $d$  e  $h$  são, respetivamente, a altura útil e efetiva da laje, e  $r$  é a dimensão do pilar (quadrado).

$$d_f = \begin{cases} 0.5 & \text{para fibras de secção circular} \\ 0.75 & \text{para fibras onduladas} \\ 1.0 & \text{para fibras de extremidades dobradas} \end{cases} \quad (3)$$

O segundo modelo avaliado, denominado de M2, foi proposto por Choi et al. [5]. Este modelo baseia-se na formação de uma superfície de ruína delimitada pelo ângulo  $\phi = 30^\circ$  e admite o perímetro médio  $b_0$  como seção crítica. A Fig. 1 apresenta os parâmetros envolvidos nesta formulação.



a) Superfície de ruína



b) Parâmetros da superfície de ruína

Figura 1. Hipóteses adotadas por Choi et al. [5]

Nesta formulação, os autores apresentam a Eq. (4) para estabelecer a resistência ao punçoamento da ligação *laje x pilar*.

$$V_u = \sqrt[4]{\frac{400}{d}} \cdot \sqrt{0.263 \cdot \sqrt{f_c} \cdot \left[ 0.263 \cdot \sqrt{f_c} + \left( \alpha - \frac{\alpha^2}{3} \right) \cdot f'_{cf} \right] \cdot A_C + 0.105 \cdot (L/D) \cdot \sqrt{f_c} \cdot \beta \cdot A_T \cdot \cos \bar{\phi}} \quad (4)$$

sendo,

$$\alpha \cdot \varepsilon_{cof} = 0.00196 \quad (5)$$

$$\varepsilon_{cof} = 0.00079 \cdot V_f \cdot \left( \frac{L}{D} \right) + 0.0041 \cdot \left( \frac{f'_{cf}}{f_c} \right) \quad (6)$$

$$f'_{cf} = 1.9 \cdot V_f \cdot (L/D) \cdot \beta + f_c \quad [\text{MPa}] \quad (7)$$

$$A_T = \frac{(2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + 4 \cdot \cot \phi \cdot d) \cdot (d - c_u)}{\sin \phi} \quad (8)$$

$$A_C = (2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + 4 \cdot \cot \phi \cdot c_u) \cdot c_u \quad (9)$$

Nas equações anteriores,  $f_c$  e  $f'_{cf}$  representam, respectivamente, a resistência do betão à compressão sem e com fibra (provete cilíndrico) e  $\varepsilon_{cof}$  é a deformação correspondente à resistência à compressão do betão reforçado com fibras,  $f'_{cf}$ . As grandezas  $A_T$  e  $A_C$  são as áreas das seções transversais inclinadas, respetivamente, das zonas de tração e compressão,  $c_1$  e  $c_2$  são as dimensões que definem a secção transversal do pilar, ou da área carregada, e  $c_u$  é a altura da zona de compressão, a qual é obtida equilibrando-se as forças internas correspondentes ao diagrama de tensão mostrado na Fig. 1 (a). Os demais parâmetros são definidos conforme mencionado no modelo anterior. O parâmetro  $\beta$  distingue o tipo de fibra, sendo adotado:

$$\beta = \begin{cases} 1 & \text{para fibras de extremidades dobradas ou onduladas} \\ 2/3 & \text{para fibras lisas e de secção circular em betões convencionais} \\ 3/4 & \text{para fibras de extremidades dobradas ou onduladas em betões leves} \end{cases} \quad (10)$$

O terceiro modelo analisado, denominado aqui por M3, foi proposto por Muttoni e Ruiz [6]. Neste modelo, os autores explicam como a *Critical Shear Crack Theory* - CSCT pode ser utilizada para prever a resistência última ao punçoamento,  $V_{Rd}$ , de lajes fungiformes reforçadas com fibras de aço. Maiores detalhes sobre a CSCT podem ser encontrados em [7,8]. A primeira hipótese adotada pelos autores [6] foi admitir que  $V_{Rd}$  pudesse ser representada pela Eq. (11), conforme segue:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,f} \quad (11)$$

onde  $V_{Rd,c}$  e  $V_{Rd,f}$  representam, respetivamente, as parcelas de resistência do betão e da fibra.

Segundo os autores [6], a contribuição da fibra,  $V_{Rdf}$ , pode ser estimada se for conhecida a relação *Tensão vs Abertura da fenda*,  $\sigma_{tf}(w)$ . Sendo assim, os mesmos autores adotaram o modelo de Voo e Foster [9], designado por *Variable Engagement Model – VEM*, ver Eq. (12), para relacionar  $\sigma_{tf}$  e  $w$ .

$$\sigma_{tf}(w) = \frac{1}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{w}{\alpha_1 \cdot L}\right) \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot w}{L}\right)^2 \cdot \frac{L}{D} \cdot V_f \cdot \tau_b \quad (12)$$

Na Eq. (12),  $\alpha_1 = D/(3.5 \cdot L)$  é um parâmetro de engajamento e  $\tau_b$  é a tensão de aderência interfacial entre a fibra e o betão, a qual é definida por:

$$\tau_b = \begin{cases} 0.8 \cdot f_{cm}^{0.5} & \text{para fibras de extremidades dobradas} \\ 0.6 \cdot f_{cm}^{0.5} & \text{para fibras onduladas} \\ 0.4 \cdot f_{cm}^{0.5} & \text{para fibras lisas} \end{cases} \quad (13)$$

De acordo com a CSCT, ver Fig. 2 (a), a abertura da fenda,  $w$ , é proporcional ao produto da rotação da laje pela altura útil da mesma,  $\psi \cdot d$ . Sendo assim, escreve-se:

$$w \propto \psi \cdot \xi \quad \text{ou} \quad w(\psi, \xi) = k \cdot \psi \cdot \xi \quad (14)$$

onde  $k$  é o coeficiente que relaciona a rotação com a abertura da fenda. De acordo com Ruiz e Muttoni [10],  $k=0.5$  para fins de projeto. Desta maneira, a equação Eq. (12) pode ser reescrita conforme segue:

$$\sigma_{tf}(\psi, \xi) = \frac{1}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{k \cdot \psi \cdot \xi}{\alpha_1 \cdot L}\right) \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot k \cdot \psi \cdot \xi}{L}\right)^2 \cdot \frac{L}{D} \cdot V_f \cdot \tau_b \quad (15)$$

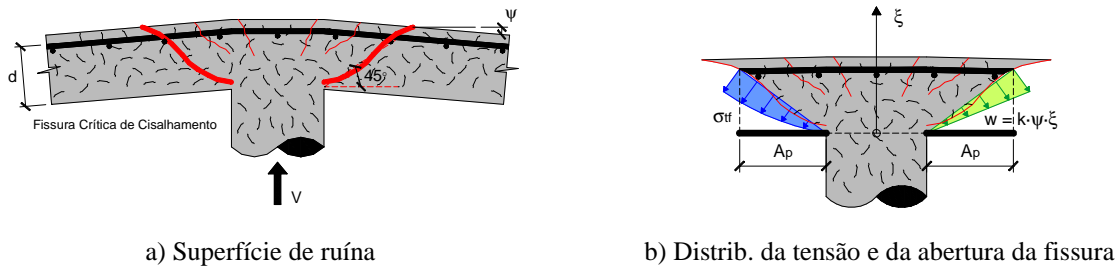


Figura 2. Hipóteses adotadas no modelo de Muttoni e Ruiz [6]

Após estabelecer o valor de  $\sigma_{tf}(w) = \sigma_{tf}(\psi, \xi)$ , Muttoni e Ruiz [6] adotaram que a superfície de ruína da laje é delimitada por um ângulo de  $45^\circ$  em relação ao plano da laje, ver Fig. 2 (a). Verificaram que o cálculo simplificado do valor de  $V_{Rdf}$ , ver Eq. (16), é efetuado multiplicando a tensão média,  $\sigma_{tf}(\psi, h_c)$ , pela projeção horizontal da superfície de ruína,  $A_p$ , ver Fig. 2 (b).

$$V_{Rdf} = \sigma_{tf}(\psi, h_c) \cdot A_p \quad (16)$$

onde  $h_c = d/3$  representa a distância de controlo da ponta da fenda, localizada na base da laje, até o ponto em que se admite ocorrer o valor da tensão média. Desta forma, o valor de cálculo de  $V_{Rdf}$  é definido conforme segue:

$$V_{Rdf} = \sigma_{tfd}(w) \cdot A_p = \sigma_{tfd}(k \cdot \psi \cdot h_c) \cdot A_p = \sigma_{tfd}\left(\frac{\psi \cdot d}{6}\right) \cdot A_p \quad (17)$$

sendo

$$\sigma_{tfd}(w) = \frac{K_{ek}}{\gamma_f} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{w}{\alpha_1 \cdot L}\right) \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot w}{L}\right)^2 \cdot \frac{L}{D} \cdot V_f \cdot \tau_b \quad (18)$$

onde  $\gamma_f = 1.5$  é o fator de segurança do betão e  $K_{ek}$  é o coeficiente que permite calcular o valor da tensão característica da fibra. A calibração do valor de  $K_{ek}$  foi realizada com base em resultados experimentais e o seu cálculo pode ser efetuado conforme mostra a Eq. (19), a qual considera a relação  $\sigma_{Nti}/\sigma_{Nci}$ .

$$K_{ek} = \min \left[ 5\% \cdot \frac{\sigma_{Nt1}}{\sigma_{Nc1}}; 5\% \cdot \frac{\sigma_{Nt2}}{\sigma_{Nc2}}; 5\% \cdot \frac{\sigma_{Nt3}}{\sigma_{Nc3}}; \dots; 5\% \cdot \frac{\sigma_{Nti}}{\sigma_{Nci}} \right] \quad (19)$$

Na Eq. (19),  $\sigma_{Nci}$  representa o valor da tensão obtido com a Eq. (18),  $\sigma_{Nti}$  o valor da tensão obtido nos ensaios de tração direta e  $i$  o valor de abertura de fenda em análise, ver Fig. 3.

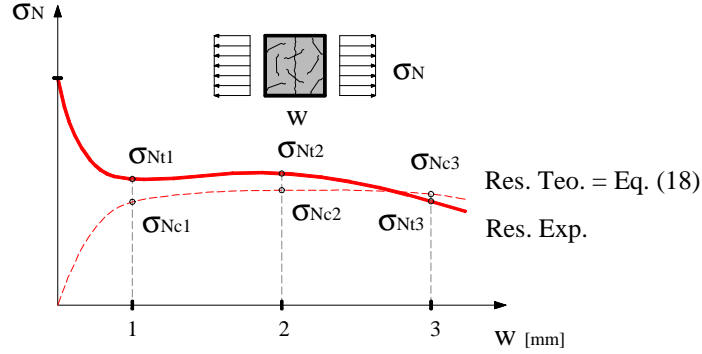


Figura 3. Calibração do valor de  $K_{ek}$ , adaptado de Muttoni e Ruiz [6]

O último modelo apresentado neste trabalho, denominado por M4, foi proposto por Higashiyama et al. [11], o qual se baseia na proposta do *Japan Society of Civil Engineers - JSCE* [12]. A contribuição da das fibras de aço para a resistência ao punçoamento foi incorporada na formulação original [12] através da consideração da resistência ao arrancamento das fibras (*pull-out strength*) proposta por Narayanan e Kareem-Palanjian [13] e adotando o perímetro crítico sugerido por Narayanan e Darwish [4], conforme segue:

$$V_u = \beta_d \cdot \beta_p \cdot \beta_r \cdot (f_{pcd} + v_b) \cdot u_p \cdot d \quad (20)$$

onde,

$$f_{pcd} = 0.2 \cdot \sqrt{f_c} < 1.2 \text{ MPa} \quad (21)$$

$$\beta_d = \sqrt[4]{\frac{1000}{d}} < 1.5 \quad (22)$$

$$\beta_p = \sqrt[3]{100 \cdot \rho} < 1.5 \quad (23)$$

$$\beta_r = 1 + \frac{1}{1 + 0.25 \cdot (u/d)} \quad (24)$$

$$v_b = 0.41 \cdot \tau \cdot F \quad \text{com} \quad \tau = 4.15 \text{ MPa} \quad (25)$$

$$u_p = (u + \pi \cdot d) \cdot (1 - K \cdot F) \quad \text{com} \quad K = 0.32 \quad (26)$$

$$F = \frac{L}{D} \cdot V_f \cdot d_f \quad (27)$$

$$d_f = \begin{cases} 0.50 & \text{para fibras de secção circular} \\ 0.75 & \text{para fibras onduladas} \\ 1.00 & \text{para fibras de extremidades dobradas} \end{cases} \quad (28)$$

onde  $f_c$  [MPa] é a resistência do betão à compressão obtida em corpos de prova cilíndricos,  $d$  [mm] é a altura útil da laje,  $\rho$  é a taxa geométrica da armadura de flexão,  $u$  [mm] é o perímetro do pilar ou da área carregada e  $u_p$  [mm] é o perímetro da seção crítica localizada à distância  $d/2$  da face da área carregada. Nas equações Eqs. de (25) a (28),  $\tau$  é a tensão de aderência interfacial média entre o betão e a fibra,  $d_f$  é o fator de aderência,  $F$  é o fator da fibra e  $K$  é uma constante adimensional. O significado dos parâmetros restantes já foi anteriormente apresentado.

### 3. AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS MODELOS

#### 3.1 Base de dados (BD)

A base de dados, BD, desta pesquisa é formada por 154 ensaios experimentais de punçoamento. As lajes da BD não apresentavam qualquer tipo de reforço ao corte (estribos/studs) e foram ensaiadas simetricamente (ausência de momentos fletores desbalanceados) até a ruína, a qual foi por punçoamento. De entre as 154 lajes citadas, 37 não foram reforçadas com fibras, enquanto as 117 lajes restantes foram reforçadas com fibras de aço do tipo “hooked”, “twisted”, “crimped”, “corrugated”, “paddle” e “Japanese”. A base de dados utilizada nesta pesquisa abrangeu uma ampla variedade de ensaios, sendo de realçar que as lajes apresentaram propriedades que variaram em:  $f_c \in [14;93]$  MPa,  $d \in [13;180]$  mm,  $\rho \in [0.4;2.75]$  %,  $V_f \leq 2.0\%$  e esbeltez,  $L/D \leq 100$ . De entre as lajes em betão reforçado com fibras de aço (BRFA) verificou-se que em 111 lajes o BRFA foi aplicado em toda a volumetria da laje, enquanto em 6 lajes o BRFA foi apenas aplicado numa região próxima da área carregada. Quanto à simulação da ligação laje x pilar, existem casos em que o pilar foi ligado monoliticamente à laje e casos em que o pilar foi simulado por placas de aço. A seção transversal dos pilares, ou placas de aço, variou em quadrada e circular.

Com o intuito de evitar resultados que possam comprometer a confiabilidade da análise, as lajes com  $d < 80$  mm foram descartadas, visto que o fator de escala pode influenciar negativamente os resultados da avaliação dos modelos. Além disto, as lajes que apresentaram uma perda de 15% na resistência à compressão do betão devido à adição das fibras, não foram consideradas, pois a referida perda indica que o método de amassadura do BRFA não foi adequado.

#### 3.2 Procedimento da análise

A análise dos resultados consistiu em avaliar a dispersão e o nível de conservadorismo das propostas apresentadas anteriormente. Para tal foi considerado o parâmetro  $\chi = V_{exp} / V_{teo}$ , correspondente ao cociente entre a resistência ao punçoamento registada experimentalmente e prevista segundo os modelos teóricos. Os valores de  $\chi$  foram avaliados segundo uma adaptação do critério de penalidade proposto por Collins [14], o *Demerit Points Classification – DPC*, ver Quadro 1.

Quadro 1. Adaptação do critério de Collins [14] - DPC

$\chi = V_{exp} / V_{teo}$	Classificação	Penalidade
$< 0.50$	Extremamente perigoso	10
$[0.50-0.85[$	Perigoso	5
$[0.85-1.15[$	Segurança apropriada	0
$[1.15-2.00[$	Conservador	1
$\geq 2.00$	Extremamente conservador	2

A análise do modelo M3 foi efetuada segundo as recomendações do CEB-FIP [15], pelo que:  $V_{teo} = V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,f}$ , ver Eq. (11). Além disto, não foram considerados os coeficientes de segurança e utilizaram-se valores médios para caracterizar os materiais.

Com o intuito de verificar possíveis deficiências dos modelos, análises adicionais foram realizadas para avaliar a influência que alguns parâmetros exercem sobre o valor médio de  $\chi$ ,  $\chi_{med}$ . De entre os vários parâmetros que influenciam o comportamento da ligação laje x pilar reforçada com fibras de aço, foram selecionados para esta análise os parâmetros  $V_f$ ,  $L/D$ ,  $f_c$  e  $\rho$ .

#### 3.3 Resultados obtidos

O desempenho dos modelos na previsão da resistência última ao punçoamento é apresentado na Fig. 5. Na Fig. 5 (a) a (d) é avaliado o desempenho dos modelos, ou seja, relaciona-se  $V_{exp}$  e  $V_{teo}$ , enquanto na Fig. 5 (e) a (f) é apresentada, respetivamente, a avaliação quanto à segurança,  $\chi \geq 1$ , e quanto à dispersão dos resultados por intermédio da curva “box and whiskers”, a qual exhibe os valores mínimo,

máximo, primeiro (Q1), segundo (Q2) e terceiro (Q3) quartil. Os resultados obtidos encontram-se resumidos no Quadro 2, a qual, além de exibir a classificação das propostas segundo a adaptação do critério de Collins [14], apresenta também valores estatísticos como a média (Med), o desvio padrão (DP) e o coeficiente de variação (CV).

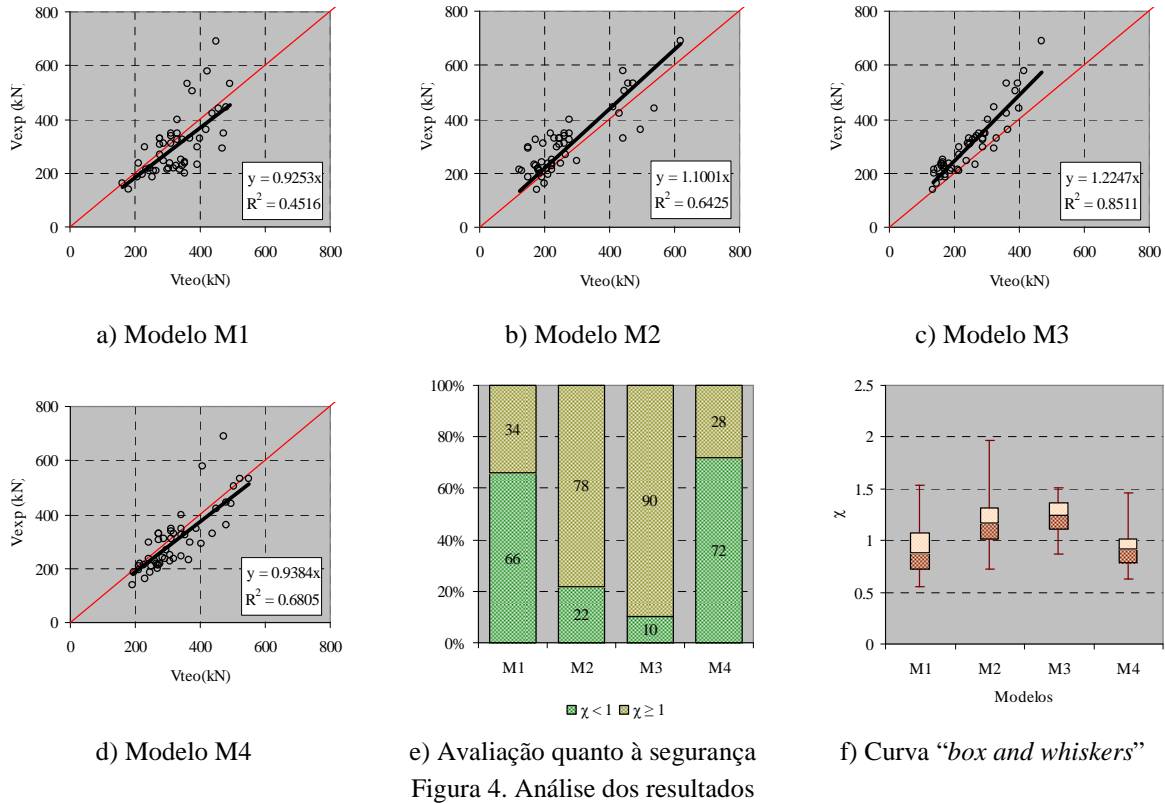


Figura 4. Análise dos resultados

Quadro 2. Classificação quanto à adaptação do critério de Collins [14]

Propostas	M1		M2		M3		M4	
$\chi = V_{exp}/V_{teo}$	Nº peça	Penal.	Nº peça	Penal.	Nº peça	Penal.	Nº peça	Penal.
$< 0.50$	0	0	0	0	0	0	0	0
$[0.50-0.85[$	21	105	6	30	0	0	20	100
$[0.85-1.15[$	21	0	17	0	17	0	24	0
$[1.15-2.00[$	8	8	27	27	33	33	6	6
$\geq 2.00$	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	50	113	50	57	50	33	50	106
Resumo estatístico								
Propostas	M1		M2		M3		M4	
Média (Med)	0.92		1.20		1.23		0.92	
DP	0.23		0.29		0.17		0.18	
CV (%)	25.29		24.03		13.66		19.45	

A análise da Fig. 5 e do Quadro 2 mostra que os modelos M2 e M3 prevêm resultados conservadores,  $\chi \in [1.15-2.00[$ , enquanto que os modelos M1 e M4 foram penalizados por preverem resultados perigosos,  $\chi \in [0.50-0.85[$ . No que diz respeito à dispersão das previsões, verificou-se que os modelos apresentaram dispersão variando entre baixa (modelo M3) e moderada (modelo M1, M2 e M4).

### 3.3.1 Influência do volume de fibra ( $V_f$ )

A Fig. 5 representa a influência de  $V_f$ , para isto, as lajes da BD foram divididas em grupos, VF1, VF2 e VF3, sendo o grupo intermediário correspondente aos casos usuais de aplicação de fibras. A Fig. 5 mostra claramente que o modelo M4 apresentou o melhor desempenho.

*Avaliação do cálculo da resistência ao punção centrado de lajes fungiformes reforçadas com fibras de aço – Modelos teóricos*

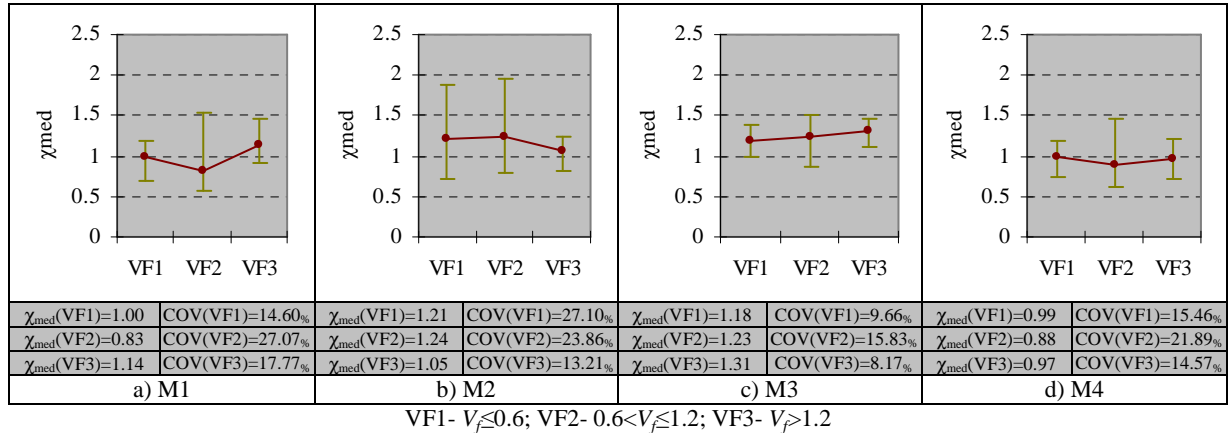


Figura 5. Influência do volume de fibra sobre o valor de  $\chi_{med}$

### 3.3.2 Influência da esbelteza das fibras ( $L/D$ )

A Fig. 6 representa a influência da esbelteza das fibras,  $L/D$ , no fator  $\chi_{med}$ . Os resultados desta análise mostram que as previsões dos modelos M1 e M4 foram as mais favoráveis.

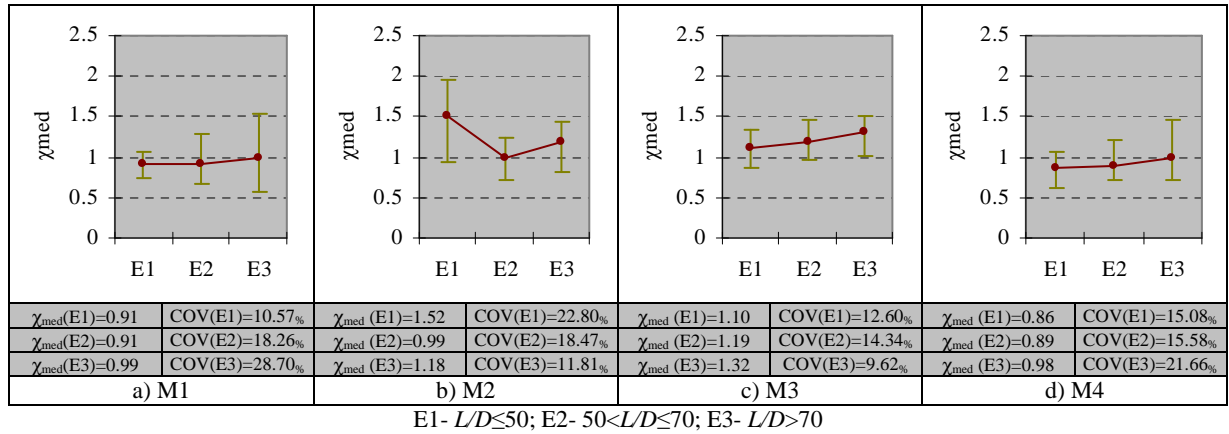


Figura 6. Influência da esbelteza sobre o valor de  $\chi_{med}$

### 3.3.3 Influência da resistência à compressão do betão ( $f_c$ )

A Fig. 7 mostra a influência de  $f_c$  sobre o valor de  $\chi_{med}$ . De entre os grupos analisados, salienta-se que o grupo FC2 representa a classe de resistência utilizada com maior frequência em aplicações estruturais. Da análise da Fig. 7 constata-se que o modelo M4 é o que apresenta melhor desempenho.

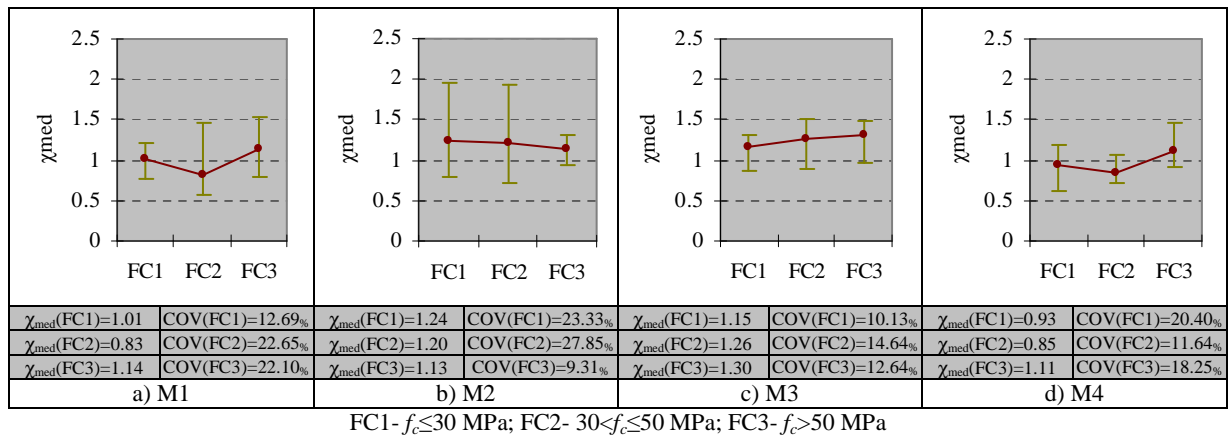


Figura 7. Influência da resistência à compressão do betão sobre o valor de  $\chi_{med}$



### 3.3.4 Influência da taxa de armadura de flexão ( $\rho$ )

A Fig 8 mostra a influência que  $\rho$  exerce sobre o valor de  $\chi_{med}$ . A referida figura revela que, para o grupo  $\rho_1$ , todos os modelos tiveram os seus resultados comprometidos, ou em termos de segurança ou em termos de dispersão.

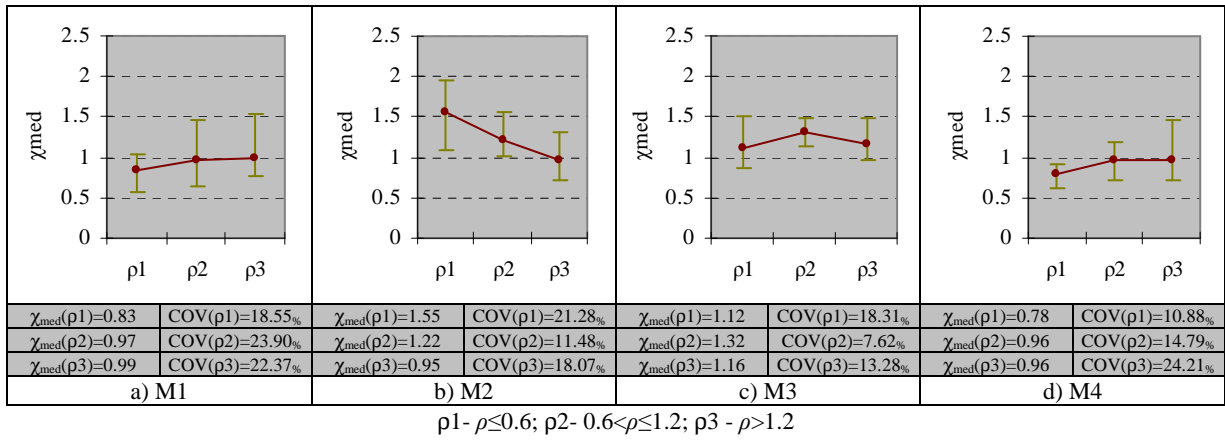


Figura 8. Influência da taxa de armadura de flexão sobre o valor de  $\chi_{med}$

## CONCLUSÕES

O presente artigo apresentou e avaliou a capacidade preditiva de quatro modelos semi-empíricos (M1 a M4) destinados à previsão da resistência última ao punçoamento de lajes de betão reforçadas com fibras de aço (BRFA). O desempenho destes modelos foi avaliado comparando-se os resultados previstos por cada modelo,  $V_{teo}$ , com as respostas experimentais,  $V_{exp}$ , de 154 lajes que compõem a base de dados (BD) deste trabalho. Com o intuito de evitar os resultados que possam comprometer a confiabilidade da análise, as lajes com  $d < 80$  mm e que apresentaram uma perda de 15% na resistência à compressão do betão devido à adição das fibras não foram consideradas, pois, o fator de escala e um processo inadequado de preparo do betão podem influenciar negativamente a análise dos resultados da avaliação.

As previsões dos modelos foram avaliadas quanto à dispersão e ao nível de conservadorismo por meio do parâmetro  $\chi = V_{exp} / V_{teo}$ , o qual relaciona os resultados experimentais e teóricos. Além disto, os valores de  $\chi$  também foram julgados segundo uma adaptação do critério de penalidade proposto por Collins [14], o *Demerit Points Classification – DPC*. A análise do modelo M3 foi efetuada em conjunto com as previsões de  $V_{Rd,c}$  do CEB-FIP [15], uma vez que, para este modelo  $V_{teo} = V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,f}$ . Com o intuito de verificar possíveis deficiências dos modelos, análises adicionais foram realizadas para avaliar a influência que alguns parâmetros ( $V_f$ ,  $L/D$ ,  $f_c$  e  $\rho$ ) exercem sobre o valor médio de  $\chi$ ,  $\chi_{med}$ .

A análise da influência dos parâmetros  $V_f$ ,  $L/D$ ,  $f_c$  e  $\rho$  sobre o valor de  $\chi_{med}$  mostrou que o modelo M4 apresentou a melhor performance, ou seja,  $\chi_{med} \in [0.85-1.15]$ . Entretanto, o nível mediano de dispersão das suas previsões penalizou severamente o mesmo quanto ao *DPC*, critério de classificação de Collins [14]. As análises recomendam o modelo M3, proposto por Muttoni e Ruiz [6], como o mais indicado para prever a resistência ao punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com fibras de aço. O modelo M3, apesar de razoavelmente conservador, apresentou os resultados menos dispersos e com melhor performance quanto ao critério de classificação de Collins [14].

## AGRADECIMENTOS

O estudo apresentado neste trabalho é parte do projeto de investigação designado SlabSys-HFRC com referência PTDC/ECM/120394/2010, financiado pela FCT. Os autores agradecem a colaboração das seguintes empresas: Casais pela execução dos moldes; CiviTest pela conceção do BACRFA, Maccaferri pelo fornecimento das fibras e Secil(Unibetão) pelo fornecimento do betão. O primeiro autor agradece ao suporte concedido pela CAPES, pelo CNPq, bem como a bolsa ao abrigo do referido projeto.

## REFERÊNCIAS

- [1] ACI 544.1R-96 (1996). State-of-art report on fiber reinforced concrete. *Reported by ACI Committee 544*.
- [2] Barros, J.A.O. (1995). Behavior of fiber reinforced concrete - experimental and numerical analysis. *PhD Thesis*, Civil Eng. Dept., FEUP, Portugal.
- [3] Destrée, X. (2004). Structural application of steel fibers as only reinforcing in free suspended elevated slabs: conditions – Design examples. *Sixth RILEM Symposium on fiber reinforced concrete Varenna/Italy*, Vol. 2, pp. 1073-1082.
- [4] Narayanan, R.; Darwish, I.Y.S. (1987). Punching shear tests on steel fibre reinforced microconcrete slabs. *Magazine of Concrete Research*, Vol. 39, N. 138, pp. 42-50.
- [5] Choi, K-K.; Taha, M.M.R.; Park, H-G.; Maji, A.K. (2007). Punching shear strength of interior concrete slab-column connections reinforced with steel fibers. *Cement & Concrete Composites*, Vol. 29, pp. 409-420.
- [6] Muttoni, A.; Ruiz, M.F. (2010). The critical shear crack theory as mechanical model for punching shear design and its application to code provisions, *Fédération Internationale du Béton*, Bulletin 57, Lausanne, Switzerland, pp. 31-60.
- [7] Muttoni, A. (2003). Shear and punching strength of slabs without shear reinforcement. *Beton-und Stahlbetonbau*, Vol. 98, N. 2, Berlin, Germany, pp. 74-84. (in German)
- [8] Muttoni, A. (2008). Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement. *ACI Structural Journal*, Vol. 105, N. 4, pp. 440-450.
- [9] Voo, J.Y.L.; Foster, S.J. (2004). Tensile fracture of fibre reinforced concrete: variable engagement model. *Sixth Rilem Symposium on Fibre Reinforced Concrete (FRC)*, Varenna, Italy, pp. 875-884.
- [10] Ruiz, M.F.; Muttoni, A. (2009). Applications of critical shear crack theory to punching of reinforced concrete slabs with transverse reinforcement. *ACI Structural Journal*, Vol. 106, N. 4, pp. 485-494.
- [11] Higashiyama, H.; Ota, A.; Mizukoshi, M. (2011). Design equation for punching shear capacity of SFRC slabs. *International Journal of Concrete Structures and Materials*, Vol. 5, N. 1, pp. 35-42.
- [12] JSCE (2008). *Standard specifications for concrete structures-2007, Design*.
- [13] Narayanan, R.; Kareem-Palanjian, A. S. (1984). Effect of fibre addition on concrete strengths. *Indian Concrete Journal*, Vol. 58, N. 4, pp. 100-103.
- [14] Collins, M.P. (2001). Evaluation of shear design procedures for concrete structures. *A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design*.
- [15] CEB-FIP (2010). Model Code 2010: Final Draft. *Model Code prepared by Special Activity Group 5*, Lausanne, September 2011. (This final draft has not been published).